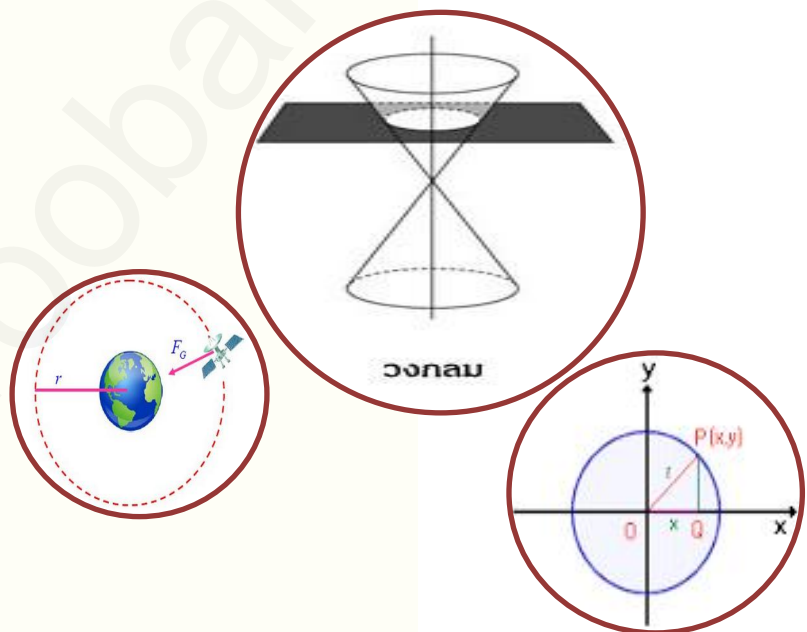


ชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการสอนแบบ TAI  
เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชุดที่ 1

เรื่อง วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด



พรพิชชา สุนทวงค์

ตำแหน่งครู วิทยฐานะครูชำนาญการ

โรงเรียนนครไทย

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 39

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน



## คำชี้แจง

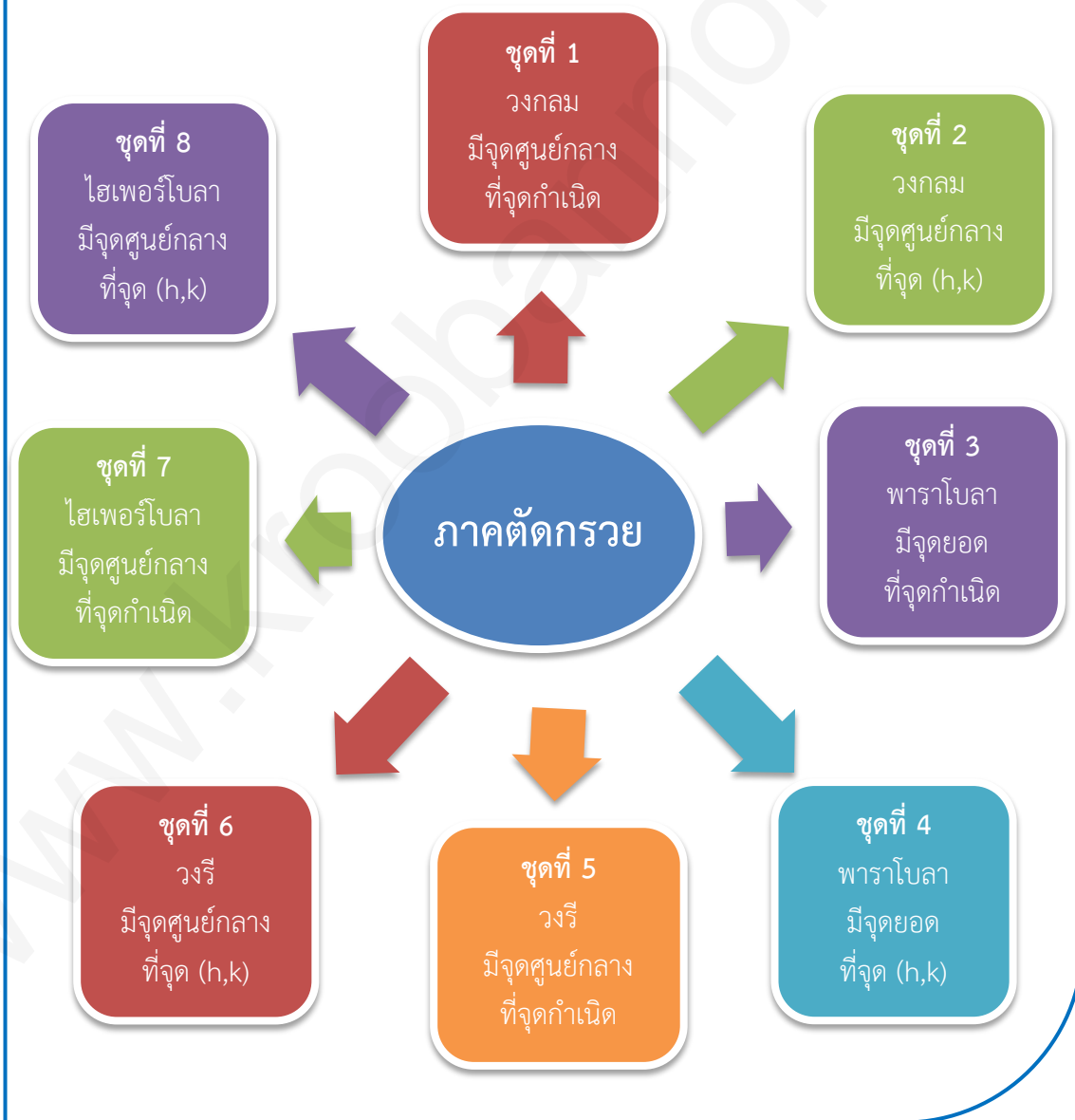
ชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการสอนแบบ TAI เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดจำนวน 8 ชุด ดังนี้

ชุดที่	ชื่อชุดกิจกรรมการเรียนรู้	จำนวน (ชั่วโมง)
1	วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด	3
2	วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุด $(h, k)$	2
3	วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด	2
4	วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด $(h, k)$	3
5	พาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุดกำเนิด	2
6	พาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุด $(h, k)$	3
7	ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด	2
8	ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(h, k)$	3
รวม		20

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ฉบับนี้ เป็นชุดกิจกรรมการเรียนรู้ชุดที่ 1 เรื่อง วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด ใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 3 ชั่วโมง

### ผังมโนทัศน์

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการสอนแบบ TAI เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย  
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



### คู่มือนักเรียน

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการสอนแบบ TAI เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย  
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

#### บทเรียนนักเรียน

ก่อนการศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนต้องศึกษาบทบาทของนักเรียนจาก  
คำแนะนำในการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับนักเรียนให้เข้าใจ ดังนี้

1. ก่อนการปฏิบัติกิจกรรมให้แต่ละกลุ่มเลือกประธาน รองประธานเพื่อเป็นผู้นำใน  
การดำเนินงานของกลุ่มและเลือกเลขานุการกลุ่ม เพื่อบันทึกข้อมูลในกรณีการปฏิบัติกิจกรรม  
กลุ่มย่อยร่วมกันทั้งกลุ่ม นักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบชุดกิจกรรมการเรียนรู้ว่ามีสื่อการเรียนรู้  
ครบถ้วนหรือไม่ ถ้ามีไม่ครบให้รีบแจ้งครูผู้สอนทันที
2. ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ของชุดกิจกรรมการเรียนรู้ แล้วจึงปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน  
เป็นกลุ่มตามลำดับขั้นตอนของชุดกิจกรรมการเรียนรู้
3. นักเรียนต้องศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยการช่วยเหลือกันภายในกลุ่ม ก่อนที่จะ  
ขอความช่วยเหลือจากกลุ่มอื่นหรือจากครูผู้สอน
4. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนเป็นรายบุคคล นักเรียนจับคู่กันภายในกลุ่ม ศึกษา  
ใบความรู้ให้เข้าใจ แล้วปฏิบัติกิจกรรมในบัตรใบงานเป็นคู่และเป็นกลุ่ม หลังจากนั้นแยกย้ายกัน  
ไปทำกิจกรรมในบัตรกิจกรรมฝึกทักษะรายบุคคล สมาชิกทุกคนต้องผ่านเกณฑ์การประเมิน  
ร้อยละ 75 ถึงจะมีสิทธิปฏิบัติกิจกรรมฝึกทักษะชุดต่อไปได้ ถ้าสมาชิกคนใดในกลุ่มไม่ผ่าน  
เกณฑ์การประเมิน ให้นักเรียนกลับไปศึกษาบัตรความรู้เดิมอีกครั้ง แล้วกลับไปทำบัตรกิจกรรม  
ฝึกทักษะเดิม หากยังไม่ผ่านเกณฑ์ เพื่อนนักเรียนภายในกลุ่มต้องช่วยเหลืออธิบายให้เพื่อนเข้าใจ  
หรือขอคำแนะนำจากครูผู้สอน แล้วจึงกลับไปทำบัตรกิจกรรมฝึกทักษะเพิ่มเติม จนกว่าจะผ่าน  
เกณฑ์การประเมิน

5. นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของกิจกรรมที่ร่วมกันปฏิบัติจากบัตรเฉลยกิจกรรม (ขอรับได้ที่ครูผู้สอน)

6. เมื่อนักเรียนทำบัตรกิจกรรมฝึกทักษะครบทุกกิจกรรมแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยหลังเรียนเป็นรายบุคคล แล้วเปลี่ยนกันตรวจ โดยขอบัตรเฉลยแบบทดสอบหลังเรียนได้ที่ครูผู้สอน

7. นักเรียนทุกคนภายในกลุ่มต้องร่วมมือกันช่วยเหลือซึ่งกันและกัน มีบทบาทหน้าที่ความรับผิดชอบร่วมกัน จึงจะทำให้กลุ่มประสบความสำเร็จ และบรรลุตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้

6. เมื่อมีปัญหาหรือไม่เข้าใจบทเรียนสามารถขอคำแนะนำ ชี้แนะ จากครูผู้สอนได้ตลอดเวลา



## คำแนะนำในการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้

**ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ชุดที่ 1 เรื่อง วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด** เป็นชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ ใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ให้นักเรียนศึกษาร่วมกันเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน แบบคล้อยความสามารถโดยสมาชิกในกลุ่มจับคู่กันภายในกลุ่ม ศึกษาบัตรความรู้และทำบัตรกิจกรรมด้วยกัน และฝึกปฏิบัติกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่มย่อยในบางโอกาส ให้นักเรียนศึกษาคู่มือ นักเรียน อ่านคำแนะนำในการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ และปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอน นักเรียนจะได้รับความรู้อย่างครบถ้วนโดยปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ศึกษาผลการเรียนรู้เพื่อให้รู้ว่าเมื่อเรียนจบชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ชุดที่ 1 เรื่อง วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด แล้ว นักเรียนสามารถเรียนรู้อะไรได้บ้าง
2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน เพื่อวัดความรู้พื้นฐานเดิมเกี่ยวกับเรื่องที่จะศึกษา แล้วสลับกับเพื่อนในกลุ่มตรวจคำตอบจากบัตรเฉลยแบบทดสอบก่อนเรียนในภาคผนวก แล้วบันทึกผลคะแนนที่ได้ลงในแบบบันทึกผลคะแนน
3. นักเรียนจับคู่กันภายในกลุ่ม ร่วมกันศึกษาเนื้อหาความรู้จากบัตรความรู้ และทำกิจกรรมตามที่กำหนดไว้ในบัตรใบงาน แล้วทำบัตรกิจกรรมฝึกทักษะเป็นรายบุคคล เพื่อความเข้าใจในเนื้อหาให้มากยิ่งขึ้น ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ชุดที่ 1 เรื่อง วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด ใช้เวลา 3 ชั่วโมง (รอแก้ไข)
4. ทำแบบทดสอบหลังเรียนเป็นรายบุคคล เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจอีกครั้ง แล้วเปลี่ยนกับเพื่อนในกลุ่มตรวจคำตอบจากบัตรเฉลยแบบทดสอบหลังเรียนเพื่อเป็นการเปรียบเทียบความก้าวหน้าทางการเรียน
5. นักเรียนแต่ละคนต้องมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองไม่เปิดดูบัตรเฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน – หลังเรียน และบัตรเฉลยกิจกรรมทุกกิจกรรม

### ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้

ศึกษาคู่มีนักเรียนและคำแนะนำการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้



ศึกษาผลการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้



ทำแบบทดสอบก่อนเรียนเป็นรายบุคคล



สมาชิกแต่ละกลุ่มจับคู่ศึกษาบัตรความรู้  
ทำบัตรกิจกรรมและบัตรใบงาน



ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 75

ทำบัตรกิจกรรมฝึกทักษะเรื่องที่ 1 เป็นรายบุคคล



ทำบัตรกิจกรรมฝึกทักษะเรื่องต่อไป



ทำแบบทดสอบหลังเรียนเป็นรายบุคคล



ศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้ชุดต่อไป



### ผลการเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลม หาสมการรูปแบบมาตรฐานของวงกลม พร้อมระบุจุดศูนย์กลาง รัศมี เขียนกราฟของวงกลม และนำความรู้เรื่องวงกลมไปใช้แก้ปัญหาที่กำหนดให้ได้

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เขียนสมการรูปแบบมาตรฐานของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิดได้ถูกต้อง
2. บอกรัศมีของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิดได้ถูกต้อง
3. เขียนกราฟของวงกลมจากสมการวงกลมที่กำหนดให้ได้
4. คำนวณการแก้ปัญหเกี่ยวกับวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิดได้



## สื่อการเรียนรู้

### ชุดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับนักเรียน

ชุดที่ 1 เรื่อง วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด ประกอบด้วย

1. แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด
2. บัตรทบทวนความรู้ เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์
3. บัตรความรู้ที่ 1 เรื่อง ความหมายของภาคตัดกรวย
4. บัตรความรู้ที่ 2 เรื่อง วงกลม
5. บัตรความรู้ที่ 3 เรื่อง กราฟของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด
6. บัตรความรู้ที่ 4 เรื่อง สมการที่มีกราฟเป็นวงกลม
7. บัตรใบงานที่ 1 เรื่อง สมการรูปแบบมาตรฐานของวงกลม
8. บัตรใบงานที่ 2 เรื่อง สํารวจสมการวงกลม
9. บัตรใบงานที่ 3 เรื่อง สมการและกราฟของวงกลม
10. บัตรกิจกรรมฝึกทักษะที่ 1 เรื่อง สมการวงกลม
11. บัตรกิจกรรมฝึกทักษะที่ 2 เรื่อง เรื่อง จุดศูนย์กลางและรัศมีวงกลม
12. บัตรกิจกรรมฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลม
13. แบบฝึกทักษะการแก้ปัญหา เรื่องการแก้ปัญหาวงกลม  
ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด
14. แบบทดสอบหลังเรียน
15. กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน
16. กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน

แบบทดสอบก่อนเรียน  
เรื่อง วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด

คำสั่ง: ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ☒ ลงในช่อง ก ข ค หรือ ง ที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว  
(10 คะแนน)

- ข้อใดเป็นสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดและรัศมียาว 1 หน่วย  
ก.  $x^2 + y^2 = 2$  ข.  $x^2 + y^2 = 3$   
ค.  $x^2 + y^2 = 1$  ง.  $x^2 + y^2 = \sqrt{2}$
- สมการวงกลม  $x^2 + y^2 = 16$  มีรัศมียาวเท่าใด  
ก. 2 ข. 4  
ค. 6 ง. 8
- ข้อใดเป็นสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดและรัศมียาว  $\sqrt{5}$  หน่วย  
ก.  $x^2 + y^2 = 5$  ข.  $x^2 + y^2 = 25$   
ค.  $x^2 + y^2 = 10$  ง.  $x^2 + y^2 = \sqrt{5}$
- สมการวงกลม  $x^2 + y^2 = \frac{7}{2}$  มีรัศมียาวเท่าใด  
ก.  $\frac{7}{2}$  ข.  $\frac{49}{4}$   
ค.  $\sqrt{\frac{7}{2}}$  ง. 3.50
- สมการวงกลม  $x^2 + y^2 = 7$  มีรัศมียาวเท่าใด  
ก. 5 ข. 7  
ค.  $\sqrt{5}$  ง.  $\sqrt{7}$

6. ข้อใดเป็นสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง  $(0, 0)$  และรัศมียาว 9 หน่วย

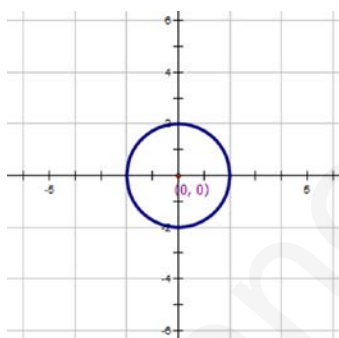
ก.  $x^2 + y^2 = 81$

ข.  $x^2 + y^2 = 18$

ค.  $x^2 + y^2 = 9$

ง.  $x^2 + y^2 = 3$

7. กำหนดกราฟวงกลม



ข้อใดเป็นสมการวงกลม

ก.  $x^2 + y^2 = 2$

ข.  $x^2 + y^2 = 4$

ค.  $x^2 + y^2 = 8$

ง.  $x^2 + y^2 = 16$

8. สมการวงกลม  $x^2 + y^2 = 8^2$  มีจุดศูนย์กลางและรัศมียาวเท่าใด

ก. จุดศูนย์กลาง  $(0, 0)$  รัศมี 64 หน่วย

ข. จุดศูนย์กลาง  $(0, 0)$  รัศมี 24 หน่วย

ค. จุดศูนย์กลาง  $(0, 0)$  รัศมี 16 หน่วย

ง. จุดศูนย์กลาง  $(0, 0)$  รัศมี 8 หน่วย

9. ข้อใดเป็นสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง  $(0, 0)$  และรัศมียาว  $r$  หน่วย

ก.  $x^2 + y^2 = r^2$

ข.  $x^2 + y^2 = \sqrt{r}$

ค.  $x^2 + y^2 = r$

ง.  $x^2 + y^2 = \sqrt{r^2}$

10. สมการวงกลม  $x^2 + y^2 = \frac{3}{5}$  มีจุดศูนย์กลางและรัศมียาวเท่าใด

ก. จุดศูนย์กลาง  $(0, 1)$  รัศมี  $\sqrt{\frac{3}{5}}$  หน่วย

ข. จุดศูนย์กลาง  $(1, 0)$  รัศมี  $\frac{3}{5}$  หน่วย

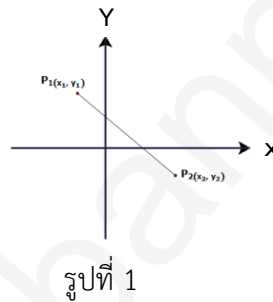
ค. จุดศูนย์กลาง  $(0, 0)$  รัศมี  $\sqrt{\frac{3}{5}}$  หน่วย

ง. จุดศูนย์กลาง  $(0, 0)$  รัศมี  $\frac{3}{5}$  หน่วย

**บัตรทบทวนความรู้**  
**เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์**

**1. สูตรการหาระยะทางระหว่างจุด  $P_1$  และ  $P_2$**

**ทฤษฎีบท 1** ถ้า  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$  เป็นจุดในระนาบ ระยะทางระหว่างจุด  $P_1$  และ  $P_2$  เท่ากับ  $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$  หน่วย

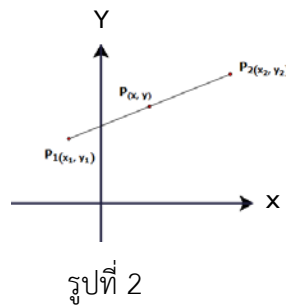


จากรูปที่ 1 จะได้  $P_1P_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

**2. สูตรการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด**

**ทฤษฎีบท 2** ถ้าจุด  $P(x, y)$  เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$

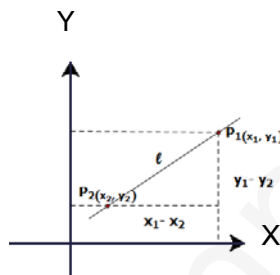
$$\text{แล้ว } x = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ และ } y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



### 3. ความชันของเส้นตรง

บทนิยาม ให้  $\ell$  เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด  $P_1(x_1, y_1)$  และ  $P_2(x_2, y_2)$  โดยที่  $x_1 \neq x_2$

(ดังรูปที่ 3)  $m$  เป็นความชันของเส้นตรง  $\ell$  ก็ต่อเมื่อ  $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$



รูปที่ 3

### 4. เส้นขนาน

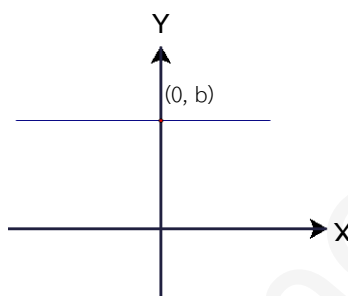
ทฤษฎีบท 3 เส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับแกน Y จะขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากัน

### 5. เส้นตั้งฉาก

ทฤษฎีบท 4 เส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับแกน Y จะตั้งฉากกัน ก็ต่อเมื่อ ผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากับ  $-1$

## 6. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

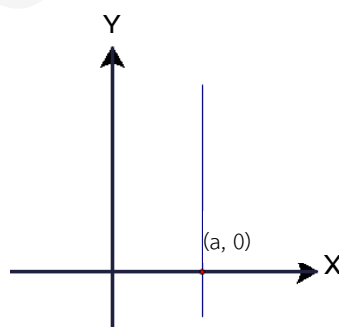
### 6.1 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x



รูปที่ 4

จากรูป เส้นตรงที่ขนานกับแกน x อยู่เหนือแกน x เป็นระยะ b หน่วย  
คือความสัมพันธ์ของ  $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = b\}$

### 6.2 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y



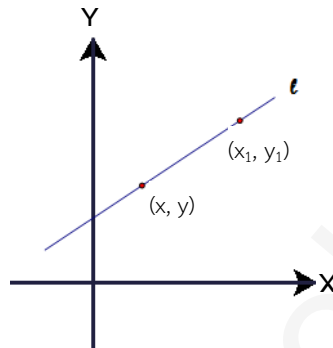
รูปที่ 5

จากรูป เส้นตรงที่ขนานกับแกน Y อยู่ด้านขวาแกน Y เป็นระยะ a หน่วย  
คือความสัมพันธ์ของ  $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = a\}$

### 6.3 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน X และไม่ขนานกับแกน Y

ถ้า  $(x, y)$  เป็นจุดอื่น ๆ  
บนเส้นตรง  $l$  จะได้

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$



รูปที่ 6

จากรูป  $l$  เป็นเส้นตรง ที่ไม่ขนานกับแกน X และไม่ขนานกับแกน Y มีความชัน  $m$  และผ่านจุด  $(x_1, y_1)$  คือความสัมพันธ์ของ  $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y - y_1 = m(x - x_1)\}$

### 7. ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

**ทฤษฎีบท 5** ระยะระหว่างเส้นตรง  $Ax + By + C = 0$  กับจุด  $(x_1, y_1)$

$$\text{คือ } d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

### 8. ระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน

**ทฤษฎีบท 6** ระยะห่างระหว่างเส้นตรง  $Ax + By + C_1 = 0$  และเส้นตรง

$$Ax + By + C_2 = 0 \text{ เท่ากับ } \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \text{ หน่วย}$$

## บัตรความรู้ที่ 1

### เรื่อง ความหมายของภาคตัดกรวย

#### ความหมายของภาคตัดกรวย

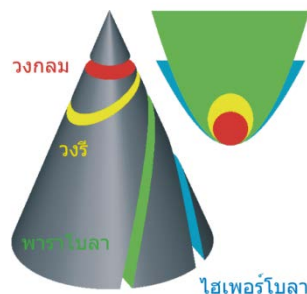
**ภาคตัดกรวย** คือ รูปในระนาบที่เกิดจากการตัดกันของระนาบกับกรวย โดยภาคตัดกรวยที่ศึกษานี้เกิดจากระนาบที่ไม่ผ่านจุดยอดของกรวย ดังรูปที่ 1

เมื่อระนาบ ตั้งฉากกับแกนของกรวย ระนาบตัดกรวยข้างเดียว จะได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า “วงกลม” (circle)

เมื่อระนาบไม่ตั้งฉากกับแกนของกรวยแต่ทำมุมแหลมกับแกนของกรวย ขนาดใหญ่กว่า  $\infty$  ระนาบจะตัดกรวยข้างเดียว จะได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า “วงรี” (ellipse)

เมื่อระนาบขนานกับตัวก่อกำเนิดของกรวย ระนาบจะตัดกรวยข้างเดียว จะได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า “พาราโบลา” (parabola)

เมื่อระนาบขนานกับแกนของกรวย ระนาบจะตัดกรวยสองข้าง จะได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า “ไฮเพอร์โบลา” (hyperbola)

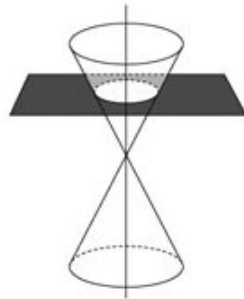


ที่มา : <http://th.wikipedia.org/wiki/>

รูปที่ 7



### วงกลม



รูปที่ 8

ที่มา : [http://www.myfirstbrain.com/student\\_view.aspx?](http://www.myfirstbrain.com/student_view.aspx?)

### พาราโบลา



รูปที่ 9

ที่มา : [http://www.myfirstbrain.com/student\\_view.aspx?](http://www.myfirstbrain.com/student_view.aspx?)

### วงรี



รูปที่ 10

ที่มา : [http://www.myfirstbrain.com/student\\_view.aspx?](http://www.myfirstbrain.com/student_view.aspx?)

### ไฮเพอร์โบลา



รูปที่ 11

ที่มา : [http://www.myfirstbrain.com/student\\_view.aspx?](http://www.myfirstbrain.com/student_view.aspx?)

## บัตรความรู้ที่ 2

### เรื่อง วงกลม

#### บทนิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม

**วงกลม** (circle) คือเซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุด ๆ หนึ่งที่ตรึงอยู่กับที่เป็นระยะทางคงตัว จุดที่ตรึงอยู่กับที่นี้เรียกว่า **“จุดศูนย์กลาง”** (center) ของวงกลมและระยะทางคงตัวดังกล่าว เรียกว่า **รัศมี** (radius) ของวงกลม

#### วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด

วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดหรือ (0, 0) และรัศมียาว  $r$  หน่วย จะมีสมการวงกลม คือ

$$x^2 + y^2 = r^2$$

โดยสมการนี้เรียกว่า **รูปแบบมาตรฐาน** ของสมการวงกลม

ในการศึกษาวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดนั้น จะเริ่มจากการหาสมการของวงกลม เมื่อกำหนดส่วนต่าง ๆ ของวงกลม มาให้ แล้วจึงเขียนกราฟของวงกลมเมื่อกำหนดสมการรูปแบบทั่วไปของวงกลมมาให้

## ตัวอย่างที่ 1

จงหาสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0, 0) และรัศมียาว 4 หน่วย

## วิธีทำ

จากสมการรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม

$$x^2 + y^2 = r^2$$

จะได้  $x^2 + y^2 = 4^2$

$$x^2 + y^2 = 16$$

หรือ  $x^2 + y^2 - 16 = 0$



## ตัวอย่างที่ 2

จงหาสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0, 0) และรัศมียาว 1 หน่วย

## วิธีทำ

จากสมการรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม

$$x^2 + y^2 = r^2$$

จะได้  $x^2 + y^2 = 1^2$

$$x^2 + y^2 = 1$$

หรือ  $x^2 + y^2 - 1 = 0$



## ตัวอย่างที่ 3

จงหาสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0, 0) และรัศมียาว 11 หน่วย

## วิธีทำ

จากสมการรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม

$$x^2 + y^2 = r^2$$

จะได้  $x^2 + y^2 = 11^2$

$$x^2 + y^2 = 121$$

หรือ  $x^2 + y^2 - 121 = 0$



## บัตรความรู้ ที่ 3

## เรื่อง กราฟของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด

การเขียนกราฟของวงกลมนั้น จะต้องรู้จุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม เช่น วงกลมที่มีสมการรูปแบบมาตรฐาน  $x^2 + y^2 = r^2$  จะมีศูนย์กลางอยู่ที่  $(0, 0)$  และรัศมียาว  $r$  หน่วย

## ตัวอย่างที่ 1

จงเขียนกราฟของสมการ  $x^2 + y^2 = 9$ 

## วิธีทำ

จากสมการของวงกลมจะต้องหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม

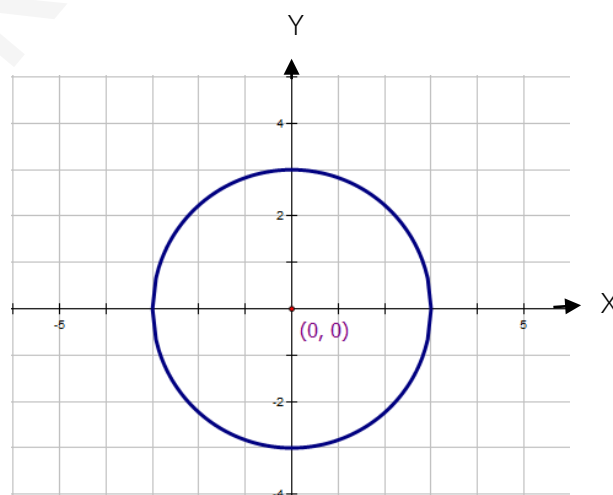
$$x^2 + y^2 = 9$$

นำมาจัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน  $x^2 + y^2 = r^2$ 

จะได้ 
$$x^2 + y^2 = 3^2$$

แสดงว่า จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0, 0)$  และรัศมียาว 3 หน่วย

นำมาเขียนกราฟได้ดังนี้



## ตัวอย่างที่ 2

จงเขียนกราฟของสมการ  $x^2 + y^2 = 13$ 


## วิธีทำ

จากสมการของวงกลมจะต้องหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม

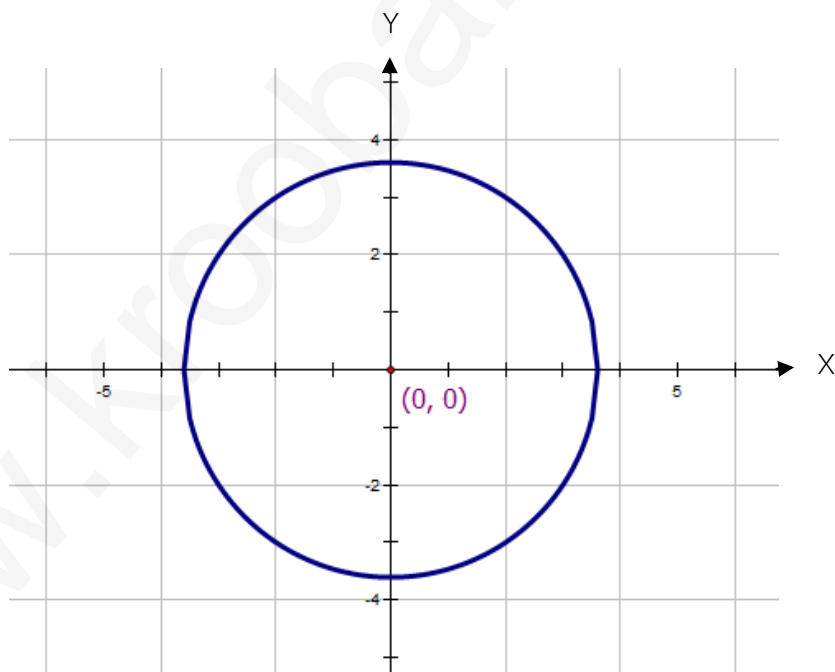
$$x^2 + y^2 = 13$$

นำมาจัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน  $x^2 + y^2 = r^2$ 

$$\text{จะได้ } x^2 + y^2 = \sqrt{13}^2$$

แสดงว่า จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0, 0)$  และรัศมียาว  $\sqrt{13}$  หน่วย 

นำมาเขียนกราฟได้ดังนี้



## ตัวอย่างที่ 3

จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์  $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 36\}$ 

## วิธีทำ

จากความสัมพันธ์ที่เป็นสมการของวงกลมจะต้องหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม

$$x^2 + y^2 = 36$$

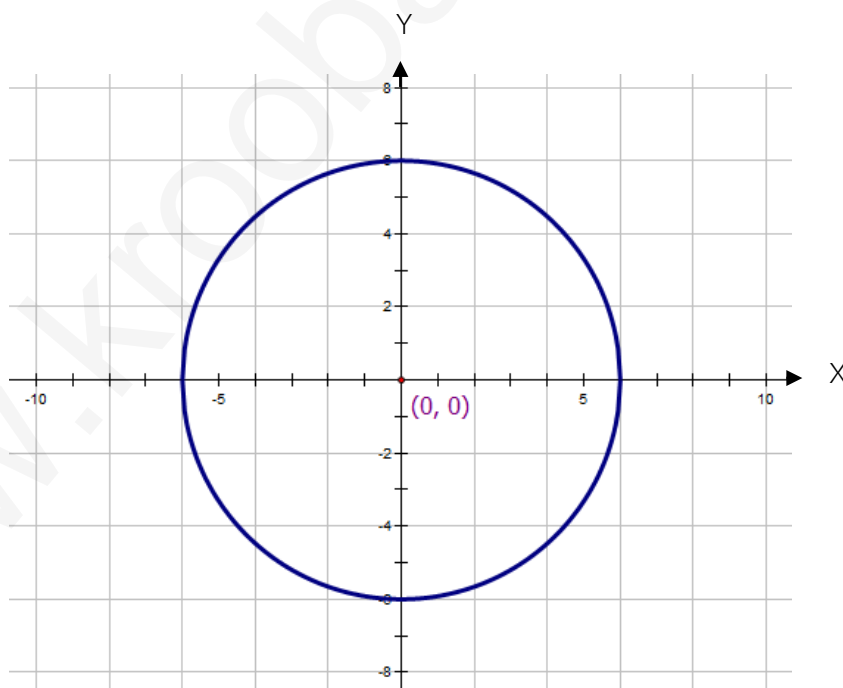
นำมาจัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน  $x^2 + y^2 = r^2$

จะได้  $x^2 + y^2 = 6^2$

แสดงว่า จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0, 0)$  และรัศมียาว 6 หน่วย



นำมาเขียนกราฟได้ดังนี้



บัตรความรู้ที่ 4  
เรื่อง สมการที่มีกราฟเป็นวงกลม

สมการที่มีกราฟเป็นวงกลม

1.  $x^2 + y^2 - x = 0$

วิธีทำ

$$x^2 + y^2 - x = 0$$

จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐาน

$$\left(x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right) + y^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$$

ดังนั้น สมการ  $x^2 + y^2 - x = 0$

มีกราฟเป็นวงกลม



สมการที่ไม่มีกราฟเป็นวงกลม

2.  $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 9 = 0$

วิธีทำ

จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐาน

$$(x^2 - 4x + 2^2) + (y^2 - 4y + 2^2) = -9 + 2^2 + 2^2$$

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = -1$$

ดังนั้น สมการ  $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 9 = 0$

ไม่มีกราฟเป็นวงกลม





## สมการที่มีกราฟเป็นจุด

3.  $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 10 = 0$

## วิธีทำ

จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐาน

$$(x^2 - 6x + 3^2) + (y^2 + 2y + 1^2) = -10 + 3^2 + 1^2$$

$$(x-3)^2 + (y+1)^2 = 0$$

ดังนั้น สมการ  $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 10 = 0$

มีกราฟเป็นจุด



เมื่อศึกษาบัตรความรู้เข้าใจดีแล้ว...

พวกเราไปทำกิจกรรมในบัตรใบงาน

และบัตรกิจกรรมฝึกทักษะกันเถอะครับ



**บัตรใบงาน ที่ 1**  
**เรื่อง สมการรูปแบบมาตรฐานของวงกลม**

**คำสั่ง :** ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มจับคู่กันศึกษาหาสมการรูปแบบมาตรฐานของวงกลม

ข้อ	จุดศูนย์กลาง	รัศมี (r)	สมการรูปแบบมาตรฐานของวงกลม
1	(0, 0)	3	
2	(0, 0)	6	
3	(0, 0)	9	
4	(0, 0)	$\frac{1}{2}$	
5	(0, 0)	$\frac{4}{5}$	
6	(0, 0)	$\frac{7}{2}$	
7	(0, 0)	0.2	
8	(0, 0)	0.4	
9	(0, 0)	0.5	
10	(0, 0)	2.5	

ชื่อ.....ชั้น ม.4/..... เลขที่ .....

## บัตรใบงาน ที่ 2

## เรื่อง สำนัรจสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด

คำสั่ง : ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มจับคู่กันศึกษาสมการวงกลมที่กำหนดให้และเขียนกราฟของวงกลม

1. กำหนดสมการวงกลม  $x^2 + y^2 = 81$

**วิธีทำ**

นำสมการ  $x^2 + y^2 = 81$  มาจัดสมการให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน

ได้หรือไม่ ..... ถ้าจัดได้ ให้จัดสมการในรูปแบบมาตรฐาน

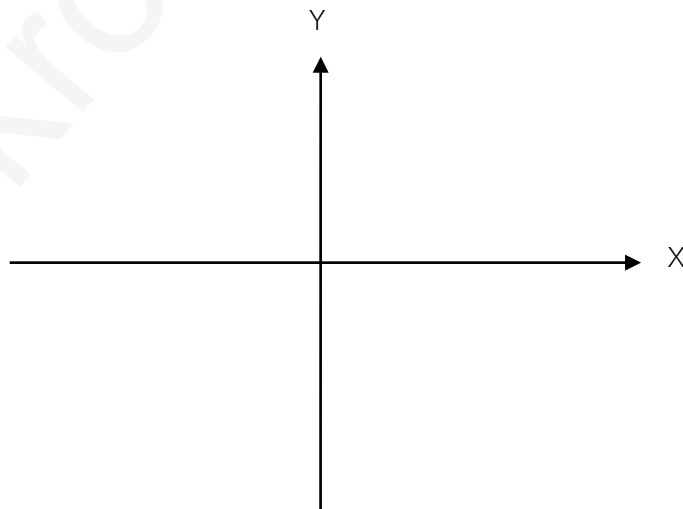
.....

.....

.....

.....

## กราฟวงกลม



ชื่อ.....ชั้น ม.4/..... เลขที่ .....

1. กำหนดสมการวงกลม  $x^2 + y^2 = 14$

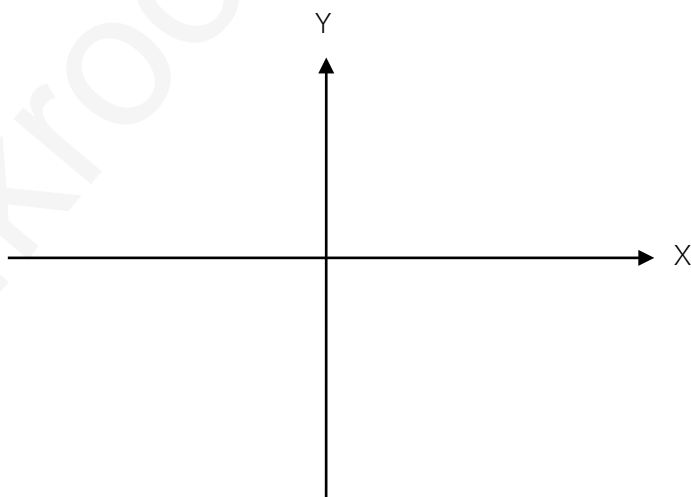
**วิธีทำ**

นำสมการ  $x^2 + y^2 = 14$  มาจัดสมการให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน

ได้หรือไม่ ..... ถ้าจัดได้ ให้จัดสมการในรูปแบบมาตรฐาน

.....  
.....  
.....  
.....

**กราฟวงกลม**



## บัตรใบงาน ที่ 3

## เรื่อง สมการและกราฟของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด

คำสั่ง : ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันหาสมการวงกลมและเขียนกราฟของวงกลมเมื่อกำหนดเงื่อนไขต่าง ๆ ดังนี้

1. วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด และรัศมียาว 7 หน่วย

## วิธีทำ

สมการวงกลมนี้ มีจุดศูนย์กลางที่พิกัดอะไร

ตอบ.....

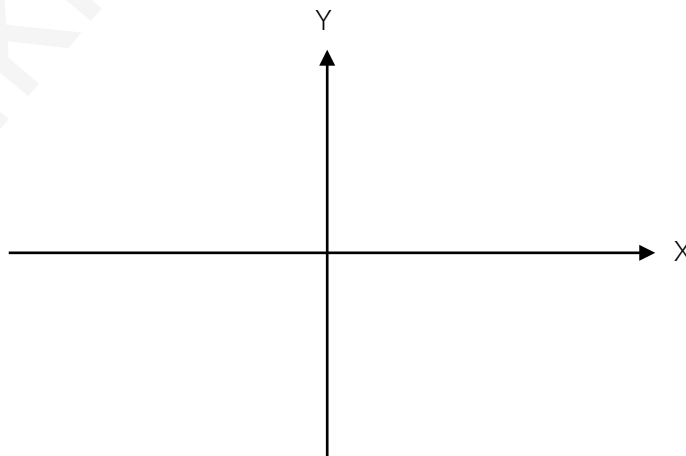
สมการวงกลมนี้ มีรัศมียาวเท่าไร

ตอบ .....

จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลมได้อย่างไร

.....  
.....  
.....

## กราฟวงกลม



ชื่อ.....ชั้น ม.4/..... เลขที่ .....

2. วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่  $(0, 0)$  และรัศมียาว 11 หน่วย

**วิธีทำ**

สมการวงกลมนี้ มีจุดศูนย์กลางที่พิกัดอะไร

ตอบ.....

สมการวงกลมนี้ มีรัศมียาวเท่าไร

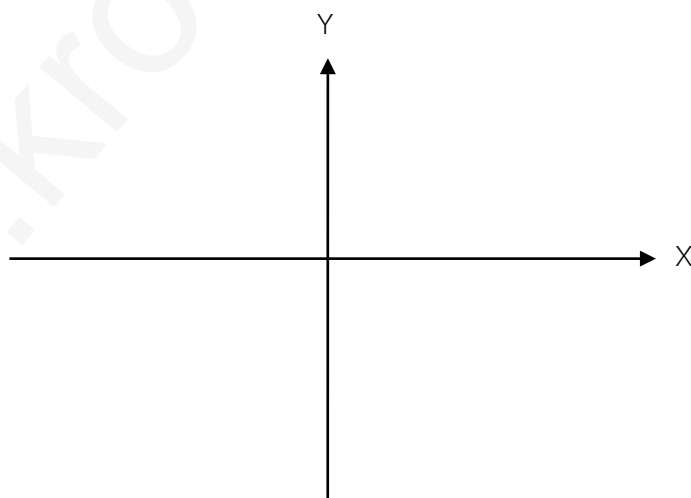
ตอบ .....

จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลมได้อย่างไร

.....

.....

.....

**กราฟวงกลม**

**บัตรกิจกรรมฝึกทักษะที่ 1**  
เรื่อง สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด

**คำสั่ง :** ให้นักเรียนหาสมการของวงกลม ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่าง ๆ ที่กำหนดดังนี้

1. จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0, 0)$  และรัศมียาว 2 หน่วย

**วิธีทำ**

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0, 0)$  และรัศมียาว 2 หน่วย

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม คือ .....

จะได้  $r = \dots\dots\dots$  ดังนั้น สมการวงกลม คือ .....



หรือ สมการวงกลมในรูปทั่วไปคือ ..... 

2. จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$  และรัศมียาว 5 หน่วย

**วิธีทำ**

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$  และรัศมียาว 5 หน่วย

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม คือ .....

จะได้  $r = \dots\dots\dots$  ดังนั้น สมการวงกลม คือ .....



หรือ สมการวงกลมในรูปทั่วไปคือ ..... 

ชื่อ.....ชั้น ม.4/..... เลขที่ .....

3. จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$  และรัศมียาว 9 หน่วย

**วิธีทำ**

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$  และรัศมียาว 9 หน่วย

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม คือ .....

จะได้  $r = \dots\dots\dots$  ดังนั้น สมการวงกลม คือ .....

หรือ สมการวงกลมในรูปทั่วไปคือ ..... ✍

4. จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$  และรัศมียาว  $\sqrt{3}$  หน่วย

**วิธีทำ**

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$  และรัศมียาว  $\sqrt{3}$  หน่วย

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม คือ .....

จะได้  $r = \dots\dots\dots$  ดังนั้น สมการวงกลม คือ .....

หรือ สมการวงกลมในรูปทั่วไปคือ ..... ✍

5. จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$  และรัศมียาว  $\sqrt{7}$  หน่วย

**วิธีทำ**

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$  และรัศมียาว  $\sqrt{7}$  หน่วย

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม คือ .....

จะได้  $r = \dots\dots\dots$  ดังนั้น สมการวงกลม คือ .....

หรือ สมการวงกลมในรูปทั่วไปคือ ..... ✍



**บัตรกิจกรรมฝึกทักษะที่ 2**  
เรื่อง จุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม

**คำสั่ง :** ให้นักเรียนหาจุดศูนย์กลาง รัศมีและเขียนกราฟของวงกลมต่อไปนี้

1.  $x^2 + y^2 = 16$

**วิธีทำ**

สมการวงกลม  $x^2 + y^2 = 16$

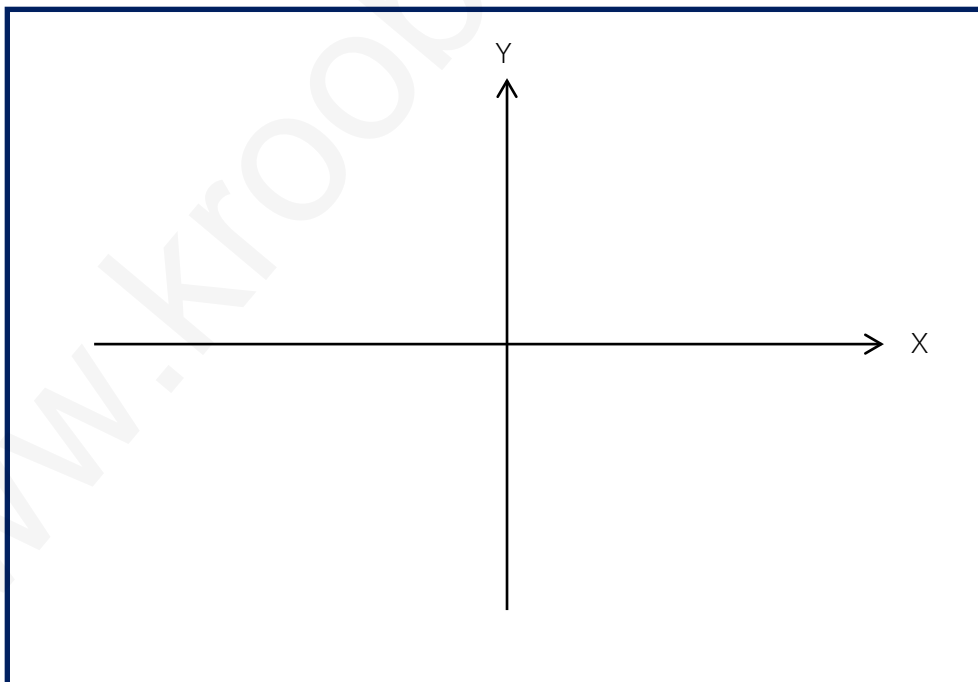
จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐานคือ .....

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด .....

รัศมียาว.....หน่วย



**กราฟวงกลม**



ชื่อ.....ชั้น ม.4/..... เลขที่ .....

2.  $x^2 + y^2 = 64$

**วิธีทำ**สมการวงกลม  $x^2 + y^2 = 64$ 

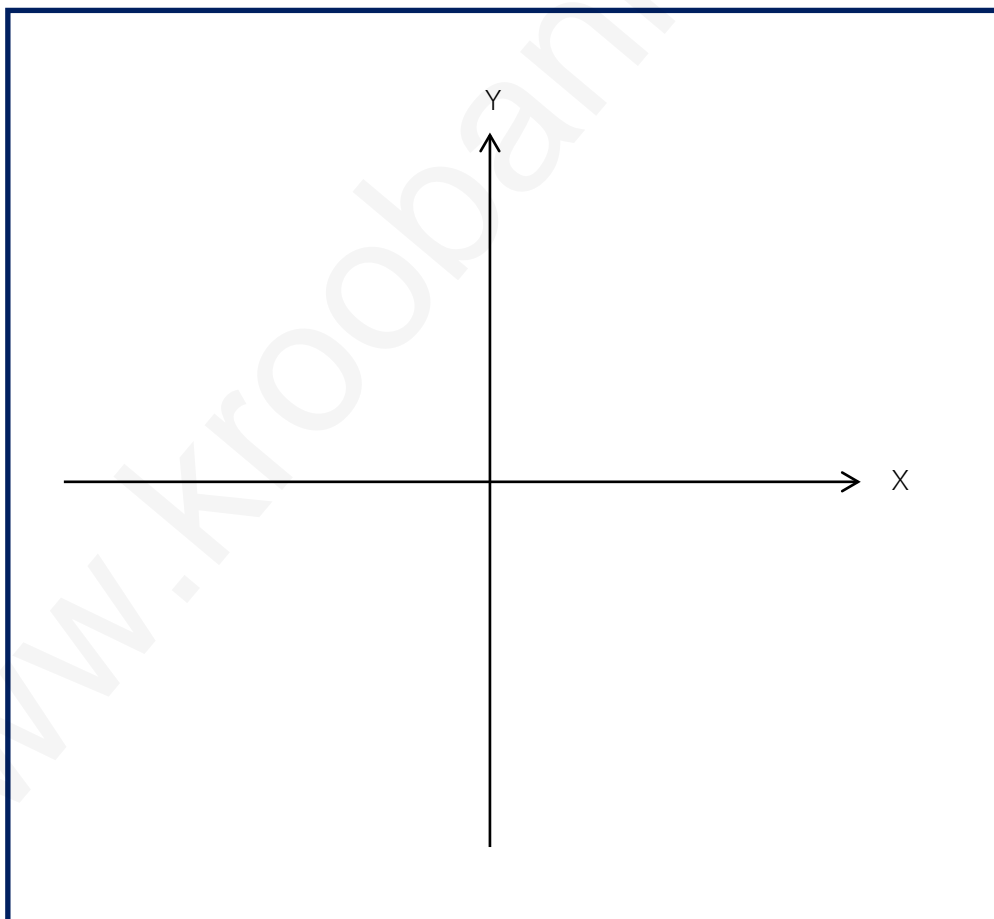
จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐานคือ .....

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด .....

รัศมียาว ..... หน่วย



กราฟวงกลม



3.  $x^2 + y^2 = 3$

**วิธีทำ** สมการวงกลม  $x^2 + y^2 = 3$ 

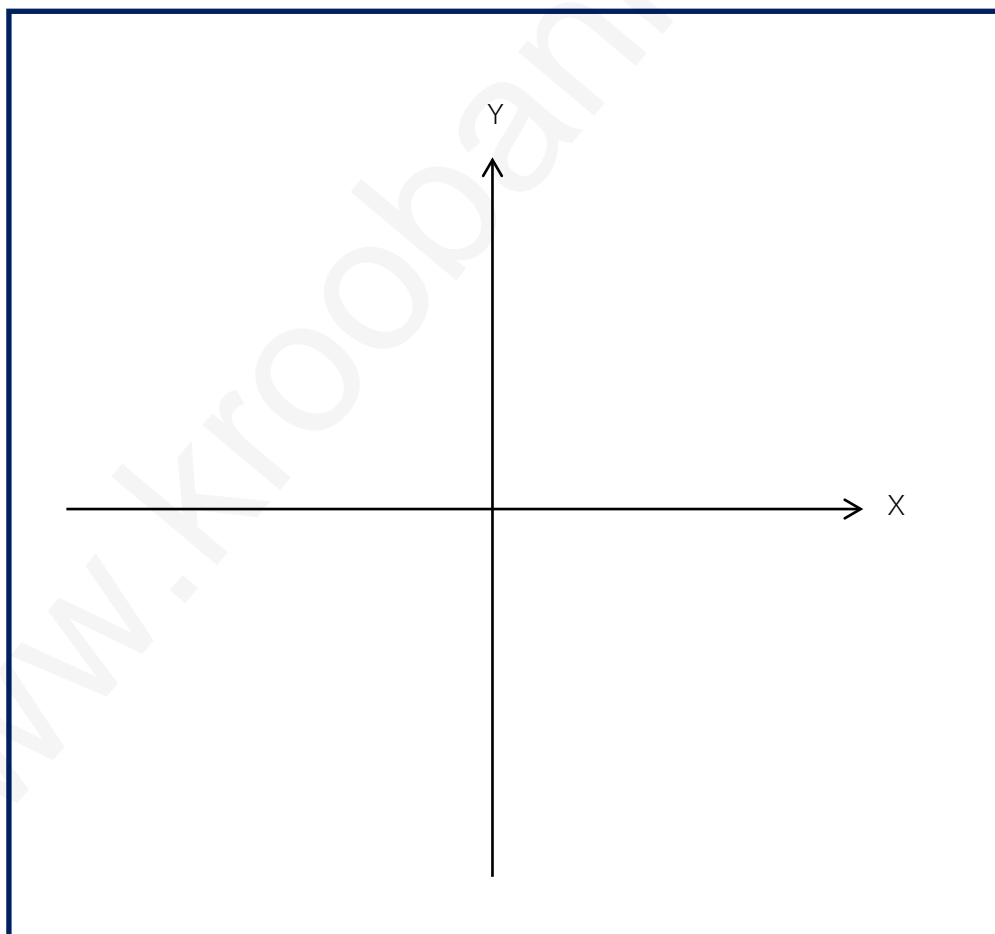
จัดสมการในวงกลมรูปแบบมาตรฐานคือ .....

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด .....

รัศมียาว ..... หน่วย



กราฟวงกลม



4.  $x^2 + y^2 = 100$

**วิธีทำ**สมการวงกลม  $x^2 + y^2 = 100$ 

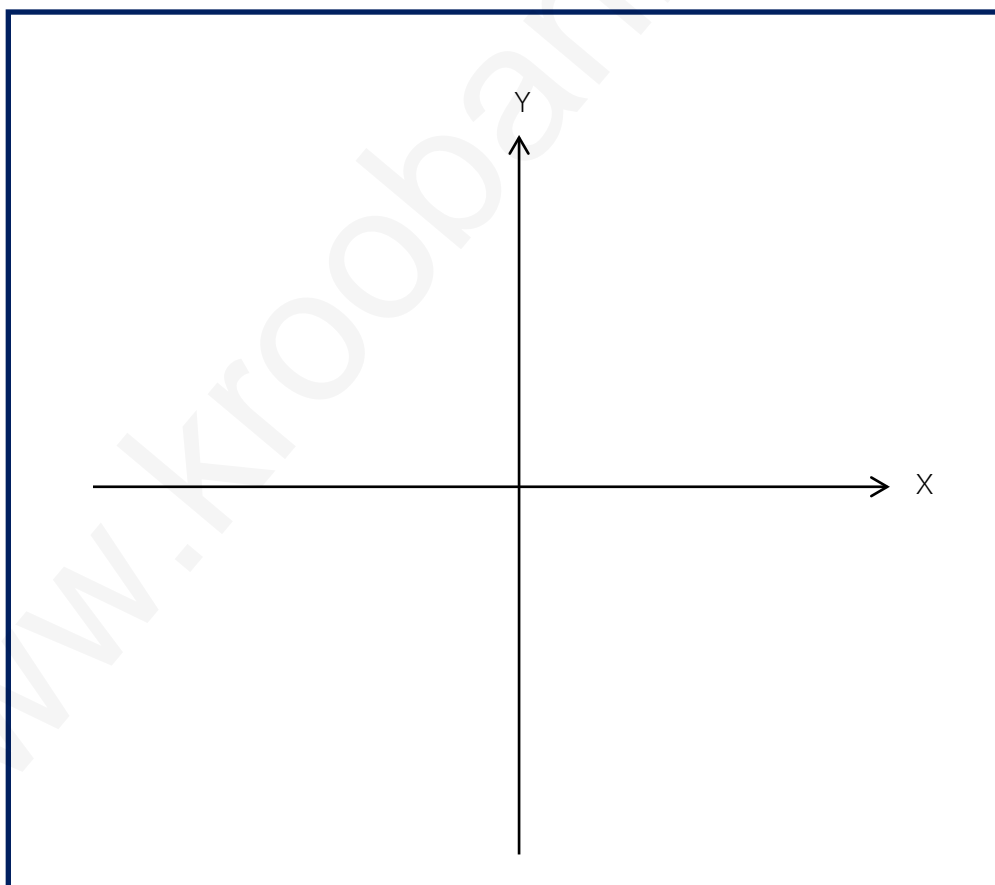
จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐาน .....

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด .....

รัศมียาว ..... หน่วย



กราฟวงกลม



**บัตรกิจกรรมฝึกทักษะที่ 3**  
**เรื่อง ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลม**

**คำสั่ง :** ให้นักเรียนหาจุดศูนย์กลาง รัศมีและเขียนกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้

1.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 25\}$

**วิธีทำ**  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 25\}$

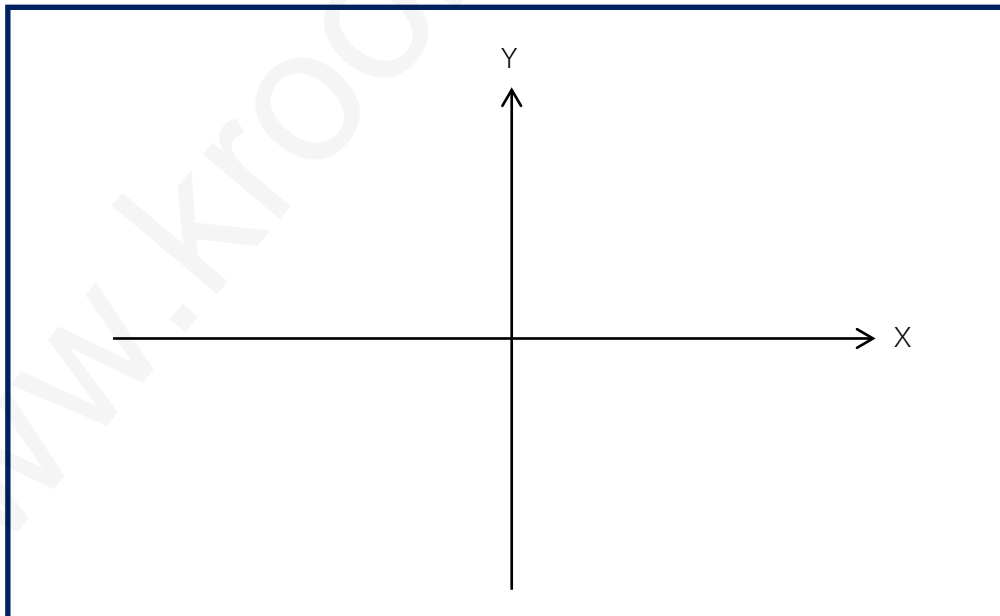
จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐานคือ .....

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด .....

รัศมียาว .....หน่วย



**กราฟวงกลม**



ชื่อ.....ชั้น ม.4/..... เลขที่ .....

2.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 144\}$

**วิธีทำ**  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 144\}$

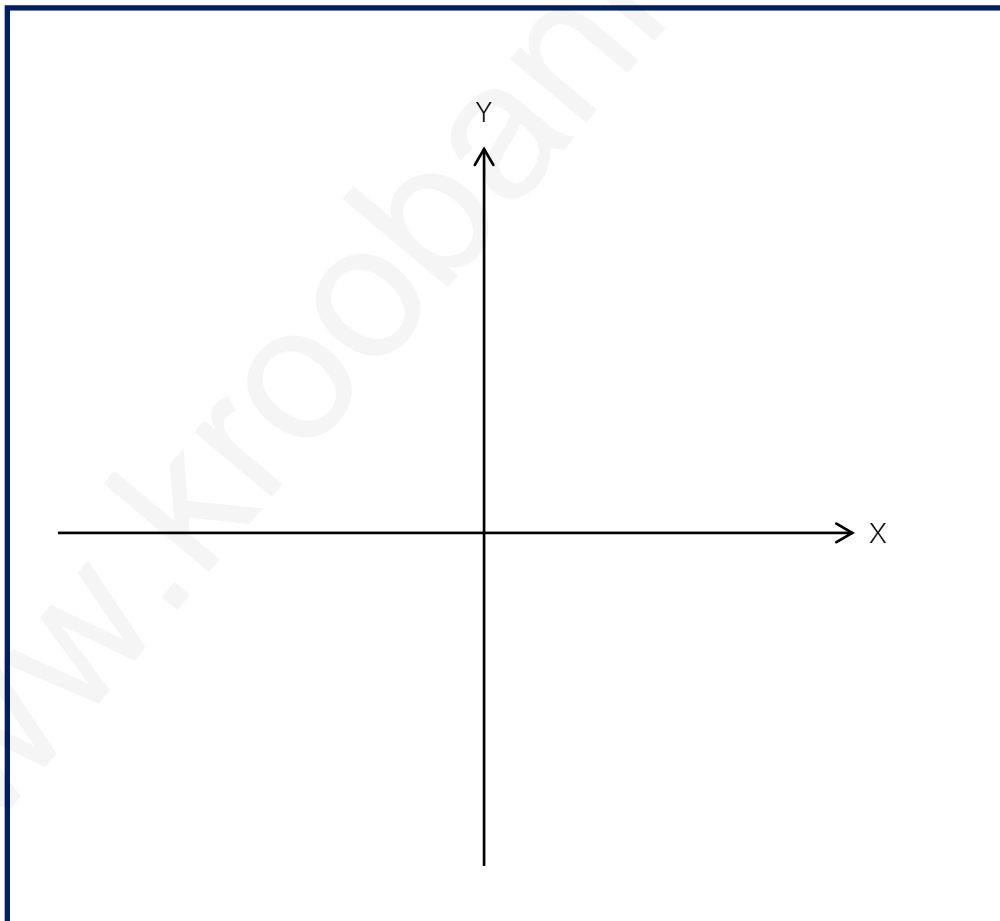
จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐานคือ .....

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด .....

รัศมียาว ..... หน่วย



กราฟวงกลม



3.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 7\}$

**วิธีทำ**

$\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 7\}$

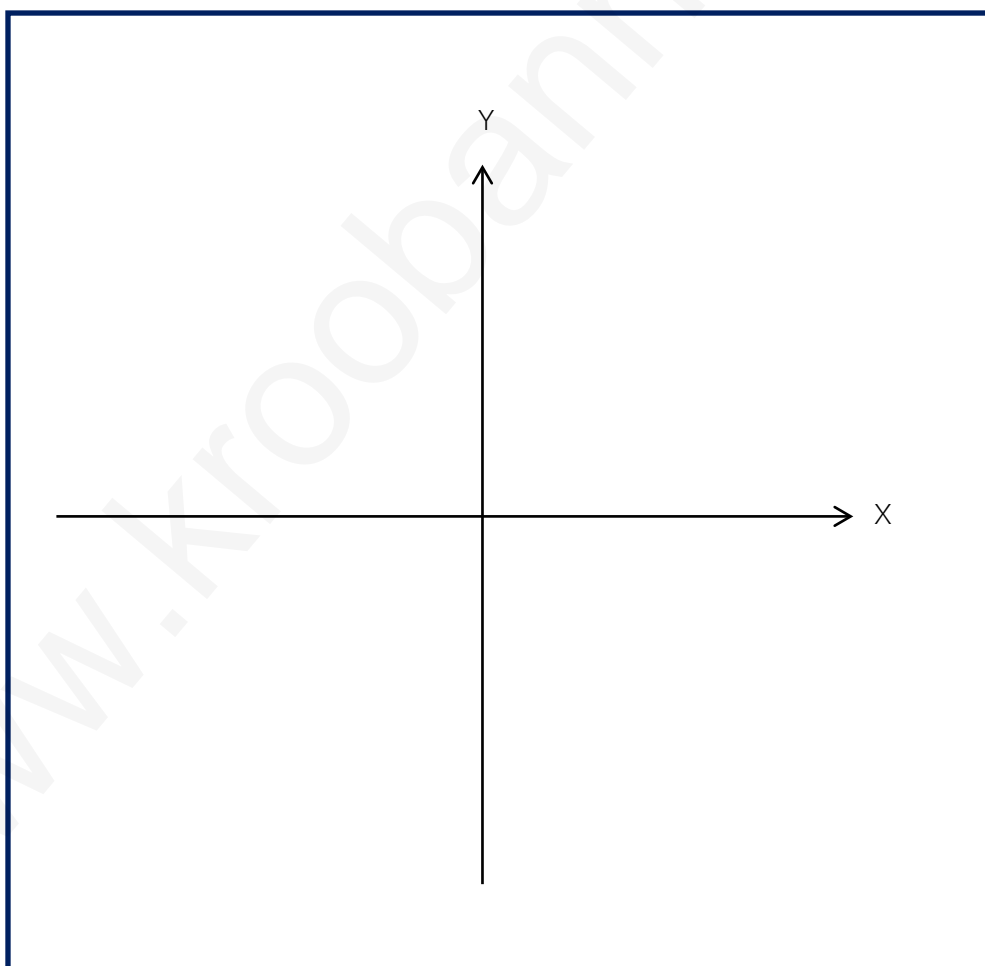
จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐานคือ .....

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด .....

รัศมียาว ..... หน่วย



กราฟวงกลม



4.  $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 15\}$

**วิธีทำ**

$\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 15\}$

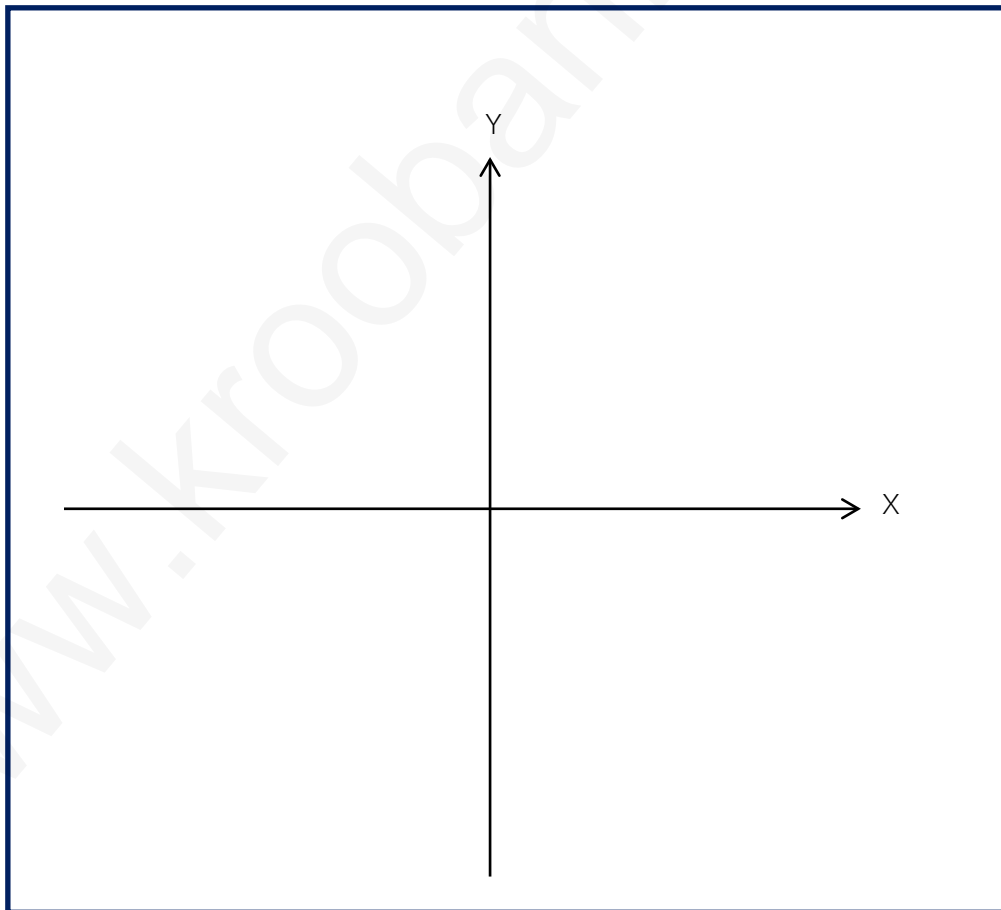
จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐาน .....

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด .....

รัศมียาว ..... หน่วย



กราฟวงกลม





5.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = \frac{3}{7}\}$

**วิธีทำ**  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = \frac{3}{7}\}$

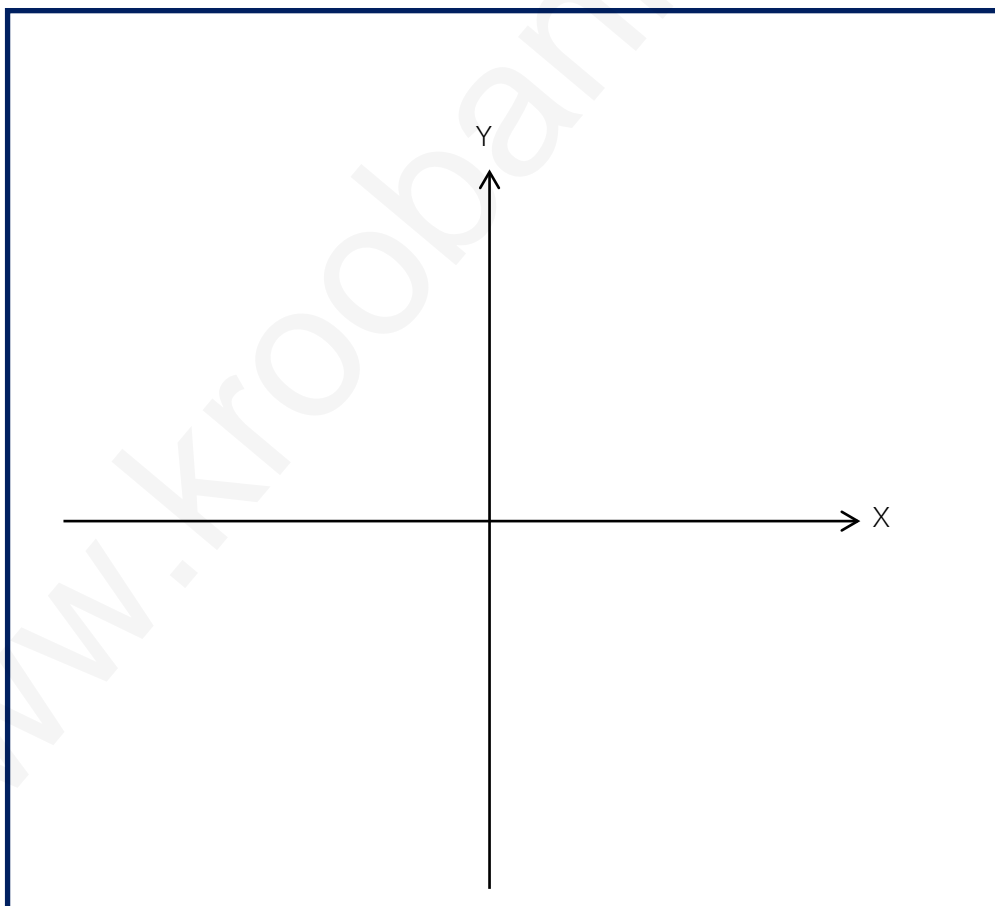
จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐาน .....

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด .....

รัศมียาว ..... หน่วย



กราฟวงกลม



บัตรกิจกรรมฝึกทักษะที่ 4  
เรื่อง สมการที่มีกราฟเป็นวงกลม

คำสั่ง : ให้นักเรียนพิจารณาว่าสมการข้อใดมีกราฟเป็นวงกลม เป็นจุดหรือไม่มีกราฟ

1.  $x^2 + y^2 - 3x = 0$

วิธีทำ

$$x^2 + y^2 - 3x = 0$$

จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐาน

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น สมการ  $x^2 + y^2 - 3x = 0$

.....

2.  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13 = 0$

วิธีทำ

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13 = 0$$

จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐาน

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น สมการ  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13 = 0$

.....

ชื่อ.....ชั้น ม.4/..... เลขที่ .....

3.  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 = 0$

**วิธีทำ**

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 = 0$$

จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐาน

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น สมการ  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 = 0$

.....

สรุปได้ว่า

สมการที่มีกราฟเป็นวงกลมมีลักษณะ คือ

.....

.....

สมการที่ไม่มีกราฟเป็นวงกลมมีลักษณะ คือ

.....

.....

สมการที่มีกราฟเป็นจุดมีลักษณะ คือ

.....

.....

**แบบทดสอบหลังเรียน**  
**เรื่อง วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด**

คำสั่ง: ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ☒ ลงในช่อง ก ข ค หรือ ง ที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว  
(10 คะแนน)

1. ข้อใดเป็นสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดและรัศมียาว  $\sqrt{5}$  หน่วย

ก.  $x^2 + y^2 = 5$

ข.  $x^2 + y^2 = 25$

ค.  $x^2 + y^2 = 10$

ง.  $x^2 + y^2 = \sqrt{5}$

2. สมการวงกลม  $x^2 + y^2 = 7$  มีรัศมียาวเท่าใด

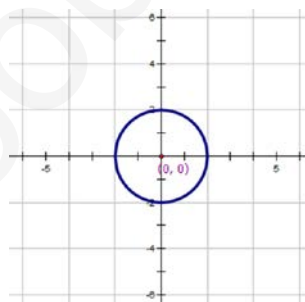
ก. 5

ข. 7

ค.  $\sqrt{5}$

ง.  $\sqrt{7}$

3. กำหนดกราฟวงกลม



ข้อใดเป็นสมการวงกลม

ก.  $x^2 + y^2 = 2$

ข.  $x^2 + y^2 = 4$

ค.  $x^2 + y^2 = 8$

ง.  $x^2 + y^2 = 16$

4. ข้อใดเป็นสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง (0, 0) และรัศมียาว 9 หน่วย

ก.  $x^2 + y^2 = 81$

ข.  $x^2 + y^2 = 18$

ค.  $x^2 + y^2 = 9$

ง.  $x^2 + y^2 = 3$

- ชุดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการสอนแบบ TAI

### บรรณานุกรม

- กมล เอกไทยเจริญ. (ม.ป.ป.). **คณิตศาสตร์ ม.4 เล่ม 2 ค 012**. กรุงเทพฯ : เทพเนรมิตการพิมพ์.
- กวียา เนาวประทีป. (2547). **เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์ : ภาคตัดกรวย**. กรุงเทพฯ: หจก. สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (2544). **สุดยอดคำนวณและเทคนิคคิดลัดคณิตศาสตร์ ม.4 ค 012**. กรุงเทพฯ: หจก. เรื่องแสงการพิมพ์.
- จีระ เจริญสุขวิมล. (ม.ป.ป.). **สรุปหลัก & สูตร คณิตศาสตร์ ม.4เล่มรวม 1 – 2 (สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม)..** กรุงเทพฯ : เจ้าพระยาระบบการพิมพ์. จำกัด
- เจริญ ภูภัทรพงศ์และศรีลัดดา ภูภัทรพงศ์. (ม.ป.ป.). **คณิตศาสตร์เพิ่มเติมเข้ม ม.4 เล่ม 2** กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ไซน์เซ็นเตอร์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, กระทรวงศึกษาธิการ. (2554). **หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษา ที่ 4 – 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- เอนก หิรัญ. (2539). **หนังสือแบบฝึกหัดพื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์ ม.4 (ค 012)**. กรุงเทพฯ: หจก. สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.
- รูปภาคตัดกรวย [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก : <http://th.wikipedia.org/wiki/สี่เหลี่ยมที่ 7 มกราคม 2556>.
- รูปวงกลม [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก : <http://www.myfirstbrain.com/student> สืบค้นวันที่ 7 มกราคม 2556.
- รูปพาราโบลา [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก : <http://www.myfirstbrain.com/student> สืบค้นวันที่ 7 มกราคม 2556.

### บรรณานุกรม (ต่อ)

รูปวงรี [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก : <http://www.myfirstbrain.com/student>

สืบค้นวันที่ 7 มกราคม 2556.

รูปไฮเพอร์โบลา [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก : <http://www.myfirstbrain.com/student>

สืบค้นวันที่ 7 มกราคม 2556.

ภาคผนวก



## บัตรเฉลยคำตอบ

## ใบงาน ที่ 1

## เรื่อง สมการรูปแบบมาตรฐานของวงกลม

คำสั่ง : ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มจับคู่กันศึกษาหาสมการรูปแบบมาตรฐานของวงกลม

ข้อ	จุดศูนย์กลาง	รัศมี (r)	สมการรูปแบบมาตรฐานของวงกลม
1	(0, 0)	3	$x^2 + y^2 = 9$
2	(0, 0)	6	$x^2 + y^2 = 36$
3	(0, 0)	9	$x^2 + y^2 = 81$
4	(0, 0)	$\frac{1}{2}$	$x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$
5	(0, 0)	$\frac{4}{5}$	$x^2 + y^2 = \frac{16}{25}$
6	(0, 0)	$\frac{7}{2}$	$x^2 + y^2 = \frac{49}{4}$
7	(0, 0)	0.2	$x^2 + y^2 = 0.04$
8	(0, 0)	0.4	$x^2 + y^2 = 0.16$
9	(0, 0)	0.5	$x^2 + y^2 = 0.25$
10	(0, 0)	2.5	$x^2 + y^2 = 6.25$

## บัตรเฉลยคำตอบ

## ใบงาน ที่ 2

## เรื่อง สํารวจสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด

คำสั่ง : ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มจับคู่กันศึกษาสมการวงกลมที่กำหนดให้และเขียนกราฟของวงกลม

1. กำหนดสมการวงกลม  $x^2 + y^2 = 81$

## วิธีทำ

นำสมการ  $x^2 + y^2 = 81$  มาจัดสมการให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน

ได้หรือไม่.....ได้.....ถ้าจัดได้ ให้จัดสมการในรูปแบบมาตรฐาน

$$x^2 + y^2 = 81$$

$$x^2 + y^2 = 9^2$$

สมการวงกลมนี้ มีจุดศูนย์กลางที่พิกัดอะไร

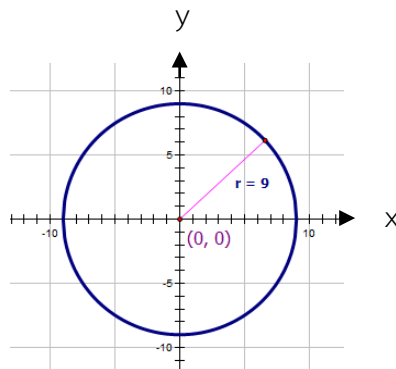
ตอบ .....(0, 0).....

สมการวงกลมนี้ มีรัศมียาวเท่าไร

ตอบ .....9 หน่วย.....



## กราฟวงกลม



2. กำหนดสมการวงกลม  $x^2 + y^2 = 14$

**วิธีทำ**

นำสมการ  $x^2 + y^2 = 14$  มาจัดสมการให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน

ได้หรือไม่.....**ได้**.....ถ้าจัดได้ ให้จัดสมการในรูปแบบมาตรฐาน

$$x^2 + y^2 = 14$$

$$x^2 + y^2 = \sqrt{14}^2$$

สมการวงกลมนี้ มีจุดศูนย์กลางที่พิกัดอะไร

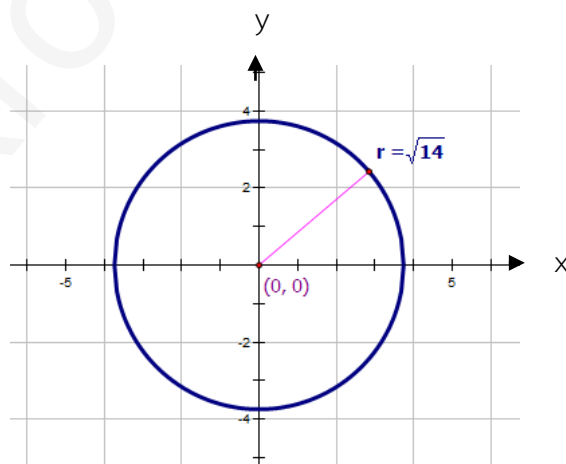
ตอบ **(0, 0)**

สมการวงกลมนี้ มีรัศมียาวเท่าไร

ตอบ  **$\sqrt{14}$  หน่วย**



กราฟวงกลม



## บัตรเฉลยคำตอบ

## ใบงาน ที่ 3

## เรื่อง สมการและกราฟของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด

คำสั่ง : ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันหาสมการวงกลมและเขียนกราฟของวงกลมเมื่อกำหนดเงื่อนไขต่าง ๆ ดังนี้

1. วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด และรัศมียาว 7 หน่วย

## วิธีทำ

สมการวงกลมนี้ มีจุดศูนย์กลางที่พิกัดอะไร

ตอบ (0, 0)

สมการวงกลมนี้ มีรัศมียาวเท่าไร

ตอบ 7 หน่วย

จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลมได้

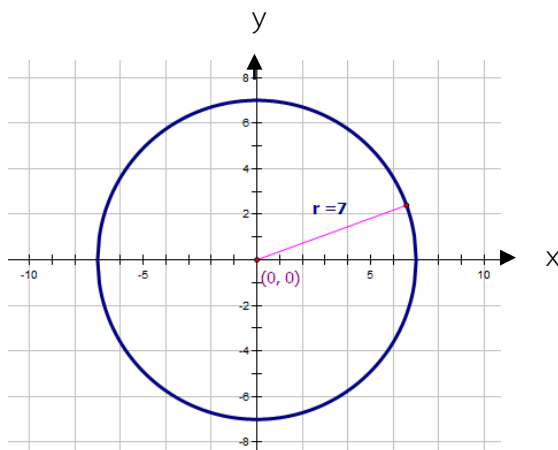
อย่างไร

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = 7^2$$

$$x^2 + y^2 = 49$$

## กราฟวงกลม



2. วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่  $(0, 0)$  และรัศมียาว 11 หน่วย

วิธีทำ

สมการวงกลมนี้ มีจุดศูนย์กลางที่พิกัดอะไร

ตอบ.....  $(0, 0)$  .....

สมการวงกลมนี้ มีรัศมียาวเท่าไร

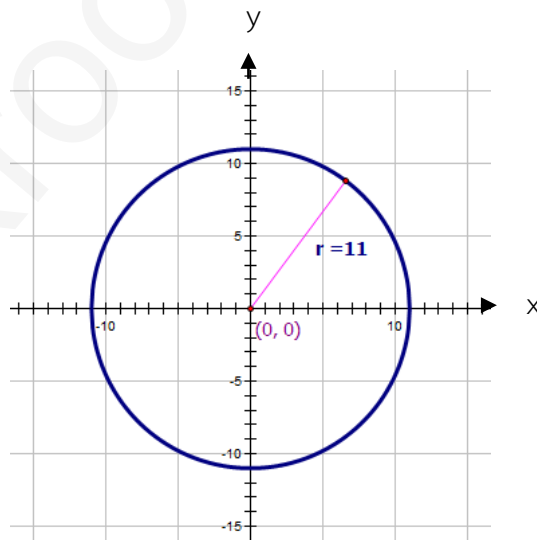
ตอบ..... 11 หน่วย .....

จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลมได้

อย่างไร

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= r^2 \\x^2 + y^2 &= 11^2 \\x^2 + y^2 &= 121\end{aligned}$$

กราฟวงกลม



บัตรเฉลยคำตอบบัตรกิจกรรมฝึกทักษะที่ 1  
เรื่อง สมการวงกลม

คำสั่ง : ให้นักเรียนหาสมการของวงกลม ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่าง ๆ ที่กำหนดดังนี้

1. จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0, 0) และรัศมียาว 2 หน่วย

**วิธีทำ** จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0, 0) และรัศมียาว 2 หน่วย

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม คือ  $x^2 + y^2 = r^2$

จะได้  $r = 2$  ดังนั้น สมการวงกลม คือ  $x^2 + y^2 = 2^2$

$$x^2 + y^2 = 4$$

หรือ สมการวงกลมในรูปทั่วไปคือ  $x^2 + y^2 - 4 = 0$

2. จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) และรัศมียาว 5 หน่วย

**วิธีทำ** จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) และรัศมียาว 5 หน่วย

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม คือ  $x^2 + y^2 = r^2$

จะได้  $r = 5$  ดังนั้น สมการวงกลม คือ  $x^2 + y^2 = 5^2$

$$x^2 + y^2 = 25$$

หรือ สมการวงกลมในรูปทั่วไปคือ  $x^2 + y^2 - 25 = 0$

3. จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) และรัศมียาว 9 หน่วย

**วิธีทำ**

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) และรัศมียาว 9 หน่วย

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม คือ  $x^2 + y^2 = r^2$

จะได้  $r = 9$  ดังนั้น สมการวงกลม คือ  $x^2 + y^2 = 9^2$

$$x^2 + y^2 = 81$$

หรือ สมการวงกลมในรูปทั่วไปคือ  $x^2 + y^2 - 81 = 0$

4. จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) และรัศมียาว  $\sqrt{7}$  หน่วย

**วิธีทำ**

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) และรัศมียาว  $\sqrt{7}$  หน่วย

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม คือ  $x^2 + y^2 = r^2$

จะได้  $r = \sqrt{7}$  ดังนั้น สมการวงกลม คือ  $x^2 + y^2 = (\sqrt{7})^2$

$$x^2 + y^2 = 7$$

หรือ สมการวงกลมในรูปทั่วไปคือ  $x^2 + y^2 - 7 = 0$

5. จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) และรัศมียาว  $\sqrt{7}$  หน่วย

**วิธีทำ**

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) และรัศมียาว  $\sqrt{7}$  หน่วย

รูปแบบมาตรฐานของสมการวงกลม คือ  $x^2 + y^2 = r^2$

จะได้  $r = \sqrt{7}$  ดังนั้น สมการวงกลม คือ  $x^2 + y^2 = (\sqrt{7})^2$

$$x^2 + y^2 = 7$$

หรือ สมการวงกลมในรูปทั่วไปคือ  $x^2 + y^2 - 7 = 0$

บัตรเฉลยคำตอบบัตรกิจกรรมฝึกทักษะที่ 2  
เรื่อง จุดศูนย์กลางและรัศมีวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด

คำสั่ง : ให้นักเรียนหาจุดศูนย์กลาง รัศมีและเขียนกราฟของวงกลมต่อไปนี้

1.  $x^2 + y^2 = 16$

**วิธีทำ** สมการวงกลม  $x^2 + y^2 = 16$

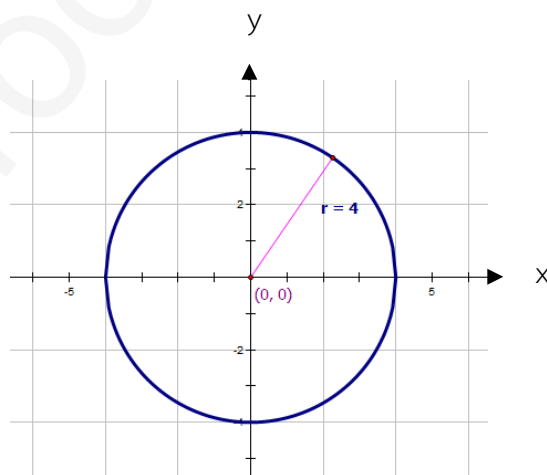
จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐานคือ  $x^2 + y^2 = 4^2$

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0, 0)$

รัศมียาว  $4$  หน่วย



กราฟวงกลม

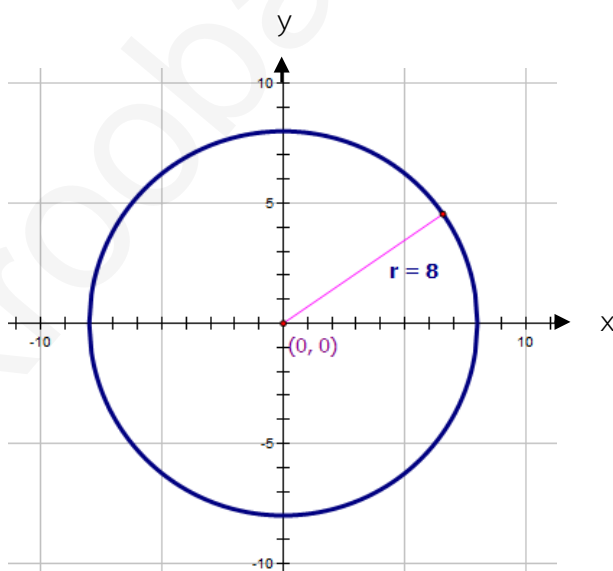




2.  $x^2 + y^2 = 64$

**วิธีทำ**สมการวงกลม  $x^2 + y^2 = 64$ จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐานคือ  $x^2 + y^2 = 8^2$ จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$ รัศมียาว  $8$  หน่วย

กราฟวงกลม



3.  $x^2 + y^2 = 3$

**วิธีทำ** สมการวงกลม  $x^2 + y^2 = 3$

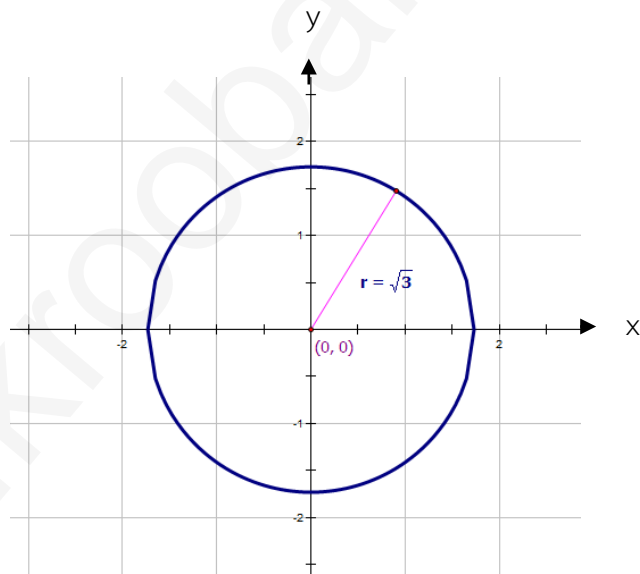
จัดสมการในวงกลมรูปแบบมาตรฐานคือ  $x^2 + y^2 = \sqrt{3}^2$

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0, 0)$

รัศมียาว  $\sqrt{3}$  หน่วย



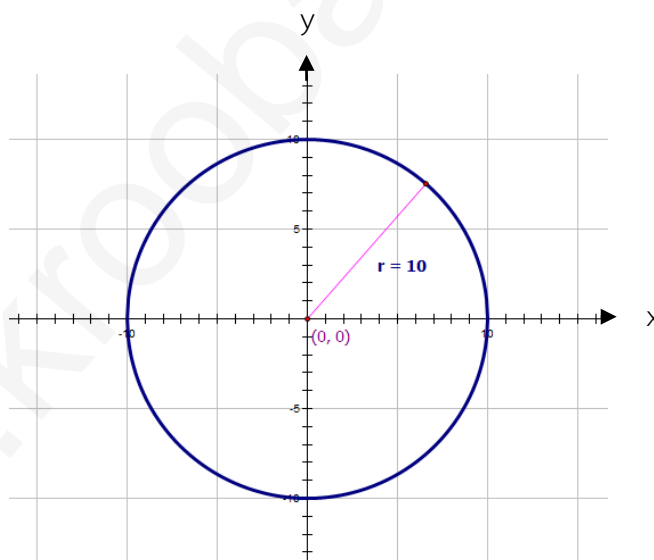
กราฟวงกลม



4.  $x^2 + y^2 = 100$

**วิธีทำ**สมการวงกลม  $x^2 + y^2 = 100$ จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐาน  $x^2 + y^2 = 10^2$ จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$ รัศมียาว  $10$  หน่วย

กราฟวงกลม



บัตรเฉลยบัตรกิจกรรมฝึกทักษะที่ 3  
เรื่อง ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลม

คำสั่ง : ให้นักเรียนหาจุดศูนย์กลาง รัศมีและเขียนกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้

1.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 25\}$

**วิธีทำ**  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 25\}$

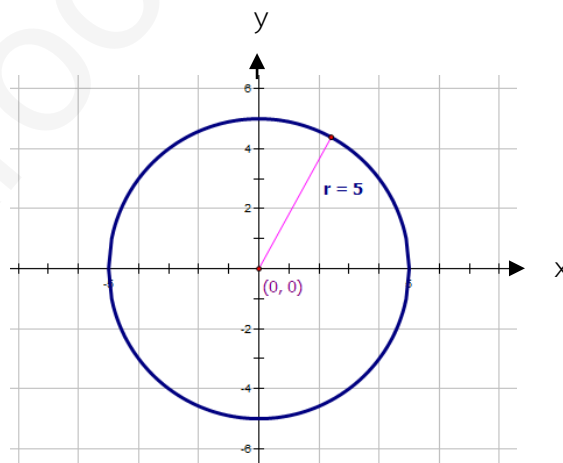
จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐานคือ  $x^2 + y^2 = 5^2$

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$

รัศมียาว  $5$  หน่วย



กราฟวงกลม



2.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 81\}$

**วิธีทำ**  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 81\}$

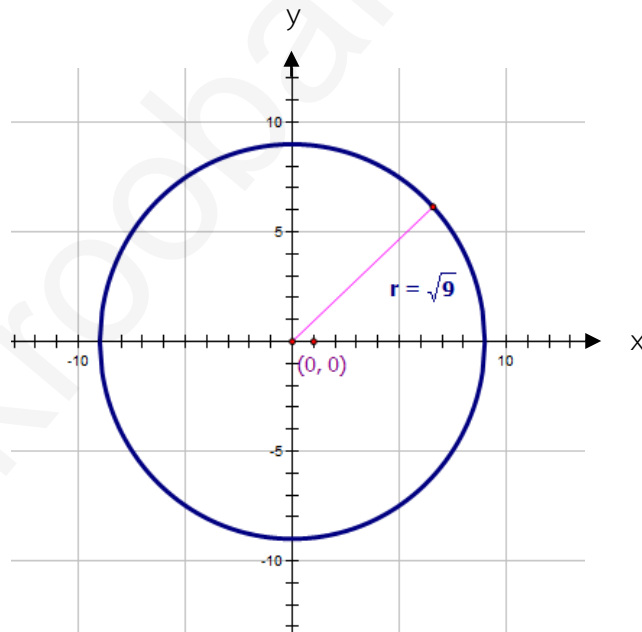
จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐานคือ  $x^2 + y^2 = 9^2$

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$

รัศมียาว  $9$  หน่วย



กราฟวงกลม

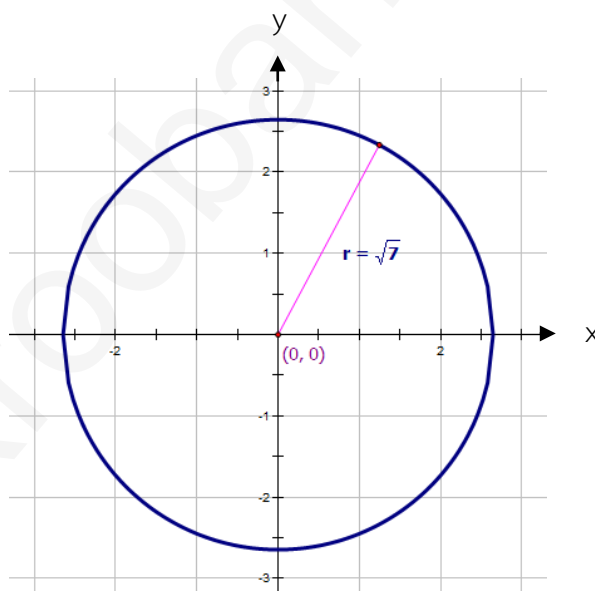


3.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 7\}$

**วิธีทำ**  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 7\}$

จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐานคือ  $x^2 + y^2 = \sqrt{7}^2$ จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$ รัศมียาว  $\sqrt{7}$  หน่วย

กราฟวงกลม



4.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 15\}$

**วิธีทำ**  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 15\}$

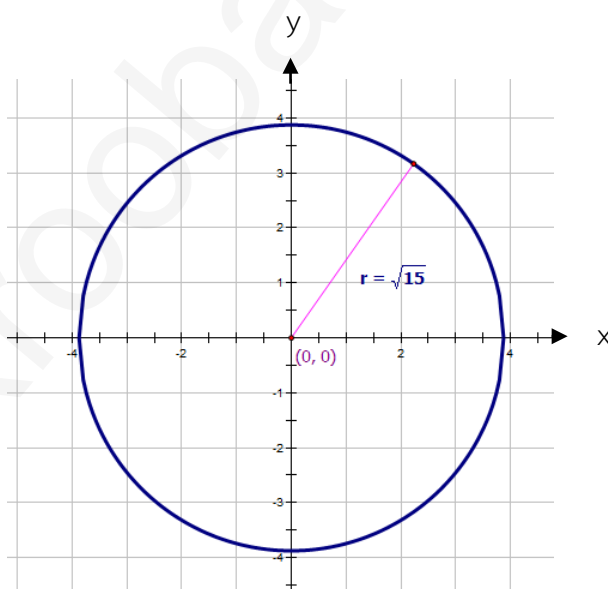
จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐาน  $x^2 + y^2 = \sqrt{15}^2$

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$

รัศมียาว  $\sqrt{15}$  หน่วย



กราฟวงกลม



5.  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 8\}$

**วิธีทำ**  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 8\}$

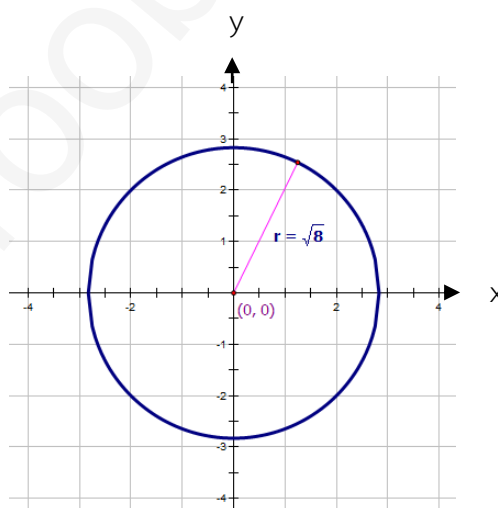
จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐาน  $x^2 + y^2 = \sqrt{8}^2$

จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$

รัศมียาว  $\sqrt{8}$  หน่วย



กราฟวงกลม





บัตรเฉลยบัตรกิจกรรมฝึกทักษะที่ 4  
เรื่อง สมการที่มีกราฟเป็นวงกลม

คำสั่ง : ให้นักเรียนพิจารณาว่าสมการข้อใดมีกราฟเป็นวงกลม เป็นจุดหรือไม่มีกราฟ

1.  $x^2 + y^2 - 3x = 0$

วิธีทำ

$$x^2 + y^2 - 3x = 0$$

จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐาน

$$(x^2 - 3x) + y^2 = 0$$

$$\left(x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right) + y^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{9}{4}$$

ดังนั้น สมการ  $x^2 + y^2 - 3x = 0$

มีกราฟเป็นวงกลม



2.  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13 = 0$

วิธีทำ

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13 = 0$$

จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐาน

$$(x^2 - 4x) + (y^2 - 6y) = -13$$

$$(x^2 - 4x + 2^2) + (y^2 - 6y + 3^2) = -13 + 2^2 + 3^2$$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 0$$

ดังนั้น สมการ  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13 = 0$

มีกราฟเป็นจุด



3.  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 7 = 0$

**วิธีทำ**

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 7 = 0$$

จัดสมการวงกลมในรูปแบบมาตรฐาน

$$(x^2 - 4x) + (y^2 + 2y) = -7$$

$$(x^2 - 4x + 2^2) + (y^2 + 2y + 1^2) = -7 + 2^2 + 1^2$$

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = -2$$

ดังนั้น สมการ  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 7 = 0$

ไม่มีกราฟเป็นวงกลม



จากข้อมูลเบื้องต้น สรุปได้ว่า

สมการที่มีกราฟเป็นวงกลมมีลักษณะ คือ

..... สมการที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(h, k)$  และมีรัศมียาว  $r$  หน่วย .....

สมการที่ไม่มีกราฟเป็นวงกลมมีลักษณะ คือ

..... สมการที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(h, k)$  และรัศมี มีค่าเป็นลบ .....

ซึ่งเป็นไปไม่ได้ ค่ารัศมีต้องเป็นบวกเสมอ

สมการที่มีกราฟเป็นจุดมีลักษณะ คือ

..... สมการที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(h, k)$  และรัศมี มีค่าเท่ากับ 0 .....

บัตรเฉลย  
แบบทดสอบก่อนเรียน

เรื่อง วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด

ข้อ 1. ค.

ข้อ 2. ข.

ข้อ 3. ก.

ข้อ 4. ค.

ข้อ 5. ง

ข้อ 6. ก.

ข้อ 7. ข.

ข้อ 8. ง.

ข้อ 9. ก.

ข้อ 10. ค.



บัตรเฉลย  
แบบทดสอบหลังเรียน

เรื่อง วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด

ข้อ 1. ก.

ข้อ 2. ง.

ข้อ 3. ข.

ข้อ 4. ก.

ข้อ 5. ค.

ข้อ 6. ง.

ข้อ 7. ค.

ข้อ 8. ก.

ข้อ 9. ค.

ข้อ 10. ข.



## กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน

เรื่อง วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด

ชื่อ..... ชั้น ม. 4/.....กลุ่มที่.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ. ....

คะแนนที่ได้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

**เกณฑ์การให้คะแนน :** คะแนนเต็ม 10 คะแนน ในแต่ละข้อของแบบทดสอบ  
ตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบผิดให้ 0 คะแนน

## กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน

เรื่อง วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด

ชื่อ..... ชั้น ม. 4/.....กลุ่มที่.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ. ....

คะแนนที่ได้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

เกณฑ์การให้คะแนน : คะแนนเต็ม 10 คะแนน ในแต่ละข้อของแบบทดสอบ

ตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบผิดให้ 0 คะแนน

## แบบบันทึกคะแนน

## เรื่อง วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด

หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด

ชื่อกลุ่ม.....

ชื่อสมาชิกกลุ่ม      หัวหน้ากลุ่ม.....เลขที่.....ชั้น ม.4/.....  
 รองหัวหน้ากลุ่ม.....เลขที่.....น ม.4/.....  
 สมาชิก.....เลขที่.....ชั้น ม.4/.....  
 เลขานุกรกลุ่ม.....เลขที่.....ชั้น ม.4/.....

ชื่อ - สกุล	คะแนน					คะแนนทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)
	คะแนนทดสอบ ก่อนเรียน (10 คะแนน)	บัตรกิจกรรม ฝึกทักษะที่ 1 (25 คะแนน)	บัตรกิจกรรม ฝึกทักษะที่ 2 (20 คะแนน)	บัตรกิจกรรม ฝึกทักษะที่ 3 (25 คะแนน)	บัตรกิจกรรม ฝึกทักษะที่ 4 (20 คะแนน)	
1.						
2.						
3.						
4.						
รวม						
คะแนนรวมทั้งสิ้น						
คะแนนเฉลี่ย ของกลุ่ม						

ลงชื่อ.....หัวหน้ากลุ่ม  
 (.....)  
 ...../...../.....

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน  
 (.....)  
 ...../...../.....